Série d'exercices sur le Calcul Trigonométrique 2

Exercice 1 .

Construire dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ *les courbes des fonctions suivantes sur l'intervalle* $[-\pi, \pi]$.

$$f(x) = |\sin x| \qquad et \qquad f(x) = \cos(|x|)$$

Exercice 2 *Résoudre dans l'intervalle* I *les équations suivantes* :

$$(E_1) \;:\; \sin x = -\sin\frac{\pi}{7} \;,\; I = \mathbb{R}; \quad (E_2) : \cos 2x = -\cos\frac{\pi}{8} \;,\; I = [0, 2\pi];$$

$$(E_3) \;:\; \cos x = -\cos\frac{\pi}{3} \;,\; I = \left]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\;;\; (E_4) : \cos 3x = -\sin x \;,\quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 3 .

Soit f *une fonction numérique paire et périodique de période* 2 *telle que* :

$$(\forall x \in [0,1]),\; f(x) = x$$

1. *Calculer* : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ *et* $f\left(\frac{-7}{2}\right)$.
2. *Construire la courbe de la fonction* f *sur l'intervalle* $[-6, 6]$.

Exercice 4 .

Soit f *la fonction numérique définie par* : $f(x) = \dfrac{\cos(x) . \sin(x)}{2\cos(x) + 1}$.

1. *Déterminer* D_f.
2. *Montrer que* 2π *est une période de la fonction* f.
3. *Déduire* D_E *l'ensemble d'étude de la fonction* f.

Exercice 5 .

Résoudre dans l'intervalle I *les équations suivantes* :

$$(E_1) \;:\; 3\tan^2 x = 1 \;,\; I = \mathbb{R}$$

$$(E_2) \;:\; 2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\cos x + 3 = 0 \;,\; I = [0, 2\pi]$$

$$(E_3) \;:\; \sqrt{3}\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1)\tan x - 1 = 0 \;, I = \mathbb{R}$$

$$(E_4) \;:\; 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \;,\; I = \mathbb{R}$$

Exercice 6 .

Résoudre dans $[-\pi, \pi]$:

♣ $\left(1-\sqrt{2}\cos(x)\right).\sin(x)=0$

♣ $\left(1-\sqrt{2}\cos(x)\right).\sin(x)<0.$

Exercice 7 .

Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ *l'inéquation suivante* :

$$(I) : (2\sin x - 1)(\sqrt{3}\tan x + 1) > 0$$

Exercice 8 .

1. *Résoudre dans* $]0, \pi[$ *l'inéquation suivante* $(I) : 2\cos^2(x) - \cos(x) < 0$.
2. *Soit* x *un réel. On pose* : $A(x) = \cos(x).\sin(x)$.

   a) *Montrer que* : $(\forall x \in \mathbb{R})$, $A\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = A(x)$ *et* $A(\pi + x) = A(x)$.

   b) *Montrer que* : $\left(\forall x \in \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi /\ k \in \mathbb{Z}\right\}\right)$, $A(x) = \dfrac{\tan x}{1+\tan^2 x}$

   c) *Résoudre dans l'intervalle* $]-\pi, \pi]$ *l'équation* : $A(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Exercice 9 .

1) *Résoudre dans l'intervalle* $[0, \pi]$ *l'inéquation suivante* : $(I) : \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

2) *Résoudre dans l'intervalle* $[0, 2\pi]$ *l'inéquation suivante* : $(I) : \cos\left(\frac{x}{2}\right) < \dfrac{-1}{2}$.

FIN