Série d'exercices sur le calcul trigonométrique

Exercice 01

Déterminer l'abscisse curviligne principale du point M qui admet α comme l'une de ses abscisses curviligne dans les cas suivants :

$$\alpha = \frac{7\pi}{2}\ ,\quad \alpha = -\frac{15\pi}{12}\ \textit{et}\ \ \alpha = \frac{88\pi}{3}$$

Exercice 02

Dans le plan orienté, ABC est un triangle équilatéral tel que : $(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3}\,[2\pi]$. ACD et AEB sont deux triangles directs, rectangles et isocèles respectivement en D et E.

1. *Tracer une figure convenable.*
2. *Donner en justifiant, la mesure principale des angles orienté suivants :*

$$(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}})\ ,(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}})\quad \textit{et}\quad (\widehat{\overrightarrow{EA},\overrightarrow{BC}})$$

Exercice 03

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $(\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{\pi}{5}\,[2\pi]$.

1. *Vérifier que : $(\overline{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}}) \equiv (\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) + (\overline{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})\,[2\pi]$*
2. *Déterminer une mesure principale de l'angle orienté : $(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CB}})$.*

Exercice 04

Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
A &= \cos(5\pi + x) - \sin(11\pi - x) + \cos(2\pi - x) - \sin(\frac{9\pi}{2} - x)\\
B &= \sin(\frac{2005\pi}{2} - 2x) + \sin(\pi - 2x) + \cos(37\pi + 2x)\\
C &= \tan(-x) + \tan(\pi + x) + \tan(x - 3\pi)
\end{aligned}$$

Exercice 05

Calculer les sommes suivantes :

$$\begin{aligned}
A &= \cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{5\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}\\
B &= \cos\frac{\pi}{11} + \cos\frac{2\pi}{11} + \cos\frac{3\pi}{11} + \cos\frac{8\pi}{11} + \cos\frac{9\pi}{11} + \cos\frac{10\pi}{11}\\
C &= \cos^2\frac{\pi}{10} + \cos^2\frac{4\pi}{10} + \cos^2\frac{6\pi}{10} + \cos^2\frac{9\pi}{10}\\
D &= \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8}
\end{aligned}$$

Exercice 06

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$A(x) = \cos x + \sin x - (\cos^3 x + \sin^3 x)$$

1. *Montrer que* : $A(x) = \cos x . \sin x . (\cos x + \sin x)$.
2. *Vérifier que* : $A(\frac{\pi}{2} + x) = A(-x)$, *et* $A(\pi + x) = -A(x)$.

Exercice 07

Soit x un réel tel que $x \in [0, \pi]$, pose :

$$A(x) = \frac{1}{\sin^2 x + 2\cos^2 x}$$

1. *Calculer* $A(0)$, $A(\frac{\pi}{4})$ *et* $A(\frac{\pi}{6})$.

   a) *Vérifier que* : $A(\pi - x) = A(x)$.

   b) *En déduire que* : $A(\frac{5\pi}{6})$, $A(\frac{3\pi}{4})$ *et* $A(\pi)$.

2. *Montrer que* : $A(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{1}{1+\sin^2 x}$
3. *On suppose que* $x \neq \frac{\pi}{2}$, *montrer que* : $A(x) = \frac{1+\tan^2 x}{2+\tan^2 x}$

FIN